

# ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБОРА КОНКУРЕНТНЫХ СТРАТЕГИЙ НА РЫНКЕ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

**Д.Г. Гришанов,**

доцент кафедры математических методов в экономике  
Самарского государственного аэрокосмического университета,  
кандидат экономических наук  
Grishanov@mail.ru

**С.А. Кирилина,**

начальник финансового управления ФГУП ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс» (г. Самара),  
докторант Самарского государственного аэрокосмического университета,  
кандидат экономических наук,  
Skirilina@mail.ru

**Д.А. Щелоков,**

ассистент кафедры экономики Самарского  
государственного аэрокосмического университета,  
кандидат экономических наук  
Dima-shhelokov@yandex.ru

*В статье исследуются возможности формирования оптимальных конкурентных стратегий производителей на рынке ракетно-космической техники. Использование средств математического моделирования применительно к анализу рынка дуополюной конкуренции позволило выявить условия, при которых достижение максимизации прибыли согласуется с ситуацией конкурентного равновесия, исключающего деградацию данного рынка.*

**Ключевые слова:** ценовая конкуренция, дуополия, математическая модель, задача принятия решений.

УДК 338.45.01; ББК 65.011

Отличительной чертой дуополюной конкуренции, как наиболее характерной модели рынка ракетно-космической техники, является предельно широкий диапазон равновесных цен – от монополюной до классически конкурентной. Данное обстоятельство в сочетании с весьма ограниченным числом продавцов и их взаимных реакций открывает широкие возможности использования экономико-математических методов выбора оптимальных конкурентных стратегий.

Общую постановку задачи дуополю с выбором цены можно сформулировать следующим образом. На рынке ракетно-космической техники участвуют два выпускающих неоднородных изделия предприятия, которым известны функции спроса  $y_1(\Pi)$  и  $y_2(\Pi)$  на выпускаемое каждым предприятием изделие. Через равные промежутки бюджетного периода предприятия планируют изменение цен  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  продаж своего изделия, полностью реализуемого на рынке ракетно-космической техники. Прибыль каждого предприятия есть произведение цены на объем продаж (выпуска) минус затраты

$$\text{ВП}(y) = \Pi_i \cdot y_i - \left( \sum_{l \in L} m_l^y \cdot \Pi_l + \sum_{k \in K} r_k^y \cdot \Pi_k + \sum_{s \in S} t_s^y \cdot \Pi_s \right) \cdot y_i - Z_{\text{пос}} \rightarrow \max, \quad (1)$$

$y \leq A_l, l \in L, y \leq B_k, k \in K, y \leq D_s, s \in S, y \geq C_n$ ,  
где  $m_l^y$  – норма расхода  $l$  – го вида материала на одно изделие;  $r_k^y$  – норма затрат времени на эксплуатацию оборудования (агрегатов, станков)  $k$ -й группы на одно изделие;  $t_s^y$  – норма затрат времени трудовых ресурсов  $s$ -го вида на одно изделие;  $\Pi_l, \Pi_k, \Pi_s$  – цена единицы используемых ресурсов соответственно;  $y_i$  – количество изделий выпускаемых  $i$  – м предприятием;  $A_l, B_k, D_s$  – количество изделий, которые можно выпустить из имеющихся материалов  $l$  – го вида, фонда времени  $k$  – го вида оборудования и рабочих  $s$  – й профессии соответственно;  $C_n$  – нижние границы количества

изделий, соответствующие точкам безубыточности;  $\Pi_i$  – цена изделия;  $Z_{\text{пос}}$  – накладные расходы.

Производственные возможности (мощности) предприятий ограничены, и представлены неравенствами модели (1). Естественными ограничениями являются требования неотрицательности объемов выпуска ( $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$ ), а также цен ( $\Pi_1 \geq 0, \Pi_2 \geq 0$ ).

Допущение упрощающего условия независимой максимизации прибыли каждого предприятия обеспечивает возможность поиска оптимальных значений цен  $\Pi_1^0$  и  $\Pi_2^0$ .

В модели неоднотипной ценовой дуополю управляемыми параметрами являются цены продаж каждой фирмы, выбираемые менеджерами на основе тех или иных стратегий.

Каждая фирма, управляя ценой на выпускаемое изделие, стремится максимизировать свою прибыль, исходя из необходимых условий существования максимума:

$$\frac{\partial \text{ВП}_i(\Pi)}{\partial \Pi_i} = 0, i = 1, 2 \quad (2)$$

На функции спроса  $y_i(\Pi), i = 1, 2$  наложим следующие требования:

для любых значений  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  функция спроса  $y_i(\Pi), i = 1, 2$  убывает по  $\Pi_i, i = 1, 2$  и возрастает по  $\Pi_j, j = 1, 2, i \neq j$ , то есть  $\frac{\partial y_i}{\partial \Pi_i} < 0; \frac{\partial y_i}{\partial \Pi_j} > 0; i, j = 1, 2, i \neq j$ . В соответствии с введенным предположением, чем выше цена предприятия, тем меньше спрос на его продукцию и, чем выше цена конкурента, тем этот спрос выше.

Простейшей моделью функций спроса неоднотипной (дифференцированной) дуополю являются линейные модели, которые определяются следующими уравнениями:

$$y_i(\Pi) = y_0 - a_i \Pi_i + b_i \Pi_j, i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (3)$$

где  $y_0$  – емкость рынка ракетно-космической техники,  $a_i > 0, b_i > 0, i = 1, 2$ , – коэффициенты чувствительности функции спроса к изменению цен  $\Pi_1, \Pi_2$ .

Каждое из уравнений (3) удовлетворяет наложенным требованиям на функцию спроса:



$$\frac{\partial y_i}{\partial \Pi_i} = -a_i < 0, \frac{\partial y_i}{\partial \Pi_j} = b_i > 0, i, j = 1, 2, i \neq j.$$

Функции затрат обоих предприятий определяются из уравнений:

$$c_i(y_i) = \left( \sum_{l \in L} m_l^y \cdot \Pi_l + \sum_{k \in K} r_k^y \cdot \Pi_k + \sum_{s \in S} t_s^y \cdot \Pi_s + \frac{z_{\text{пос}}}{y_i(\Pi)} \right) \cdot y_i(\Pi) \quad (4)$$

где

$$c_i = \sum_{l \in L} m_l^y \cdot \Pi_l + \sum_{k \in K} r_k^y \cdot \Pi_k + \sum_{s \in S} t_s^y \cdot \Pi_s + \frac{z_{\text{пос}}}{y_i(\Pi)}$$

– предельные затраты на одно изделие.

Получение оптимального статического решения задачи неоднотипной дуополии с выбором цены сводится к вычислению частных производных системы (2) и последующему решению этой системы относительно цен изделия предприятий.

Так, прибыль  $i$  – го предприятия равна

$$\text{ВП}_i(\Pi) = (\Pi_i - c_i) y_i(\Pi) = (\Pi_i - c_i) \cdot (y_0 - a_i \Pi_i + b_i \Pi_j), i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (5)$$

Необходимые условия существования максимума в соответствии с (2) определяются из равенства

$$\frac{\partial \text{ВП}_i(\Pi)}{\partial \Pi_i} = y_0 - a_i \Pi_i + b_i \Pi_j - (\Pi_i - c_i) a_i = 0, i, j = 1, 2, i \neq j \quad (6)$$

Из формулы (4) можно получить зависимость для оптимальной цены изделия каждого предприятия:

$$\Pi_i(\Pi_j) = \frac{1}{2a_i} (y_0 + a_i c_i + b_i \Pi_j), i, j = 1, 2, i \neq j. \quad (7)$$

Уравнение (7) представляет собой функцию реакции  $i$ -ого предприятия на цену конкурента. Каждое предприятие считает цену на изделие, устанавливаемую конкурентом в новом периоде, равной цене предыдущего периода, а затем принимает решение по назначению цены, максимизирующей собственную прибыль, то есть выбор предприятием цены (в данный момент времени) не зависит от изменения цены у конкурента (предположительные вариации цен равны нулю):

$$\beta_{12} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial \Pi_2} = 0 \quad \beta_{21} = \frac{\partial \Pi_2}{\partial \Pi_1} = 0$$

Из уравнения (7) следует, что оптимальная цена каждого предприятия не может быть меньше следующего значения:

$$\Pi_i^0 \geq \frac{y_0 + a_i c_i}{2a_i}. \quad (8)$$

Решая систему (8) находим, что в точке равновесия пара  $(\Pi_1^0, \Pi_2^0)$  уровней цен на изделия, полученная при нулевых предположительных вариациях  $(\beta_{ij} = 0, i, j = 1, 2, i \neq j)$ , определяется из формул:

$$\Pi_1^0 = \frac{(y_0 + a_1 c_1) 2a_2 + b_1 (y_0 + a_2 c_2)}{4a_1 a_2 - b_1 b_2}, \quad (9)$$

$$\Pi_2^0 = \frac{(y_0 + a_2 c_2) 2a_1 + b_2 (y_0 + a_1 c_1)}{4a_1 a_2 - b_1 b_2}. \quad (10)$$

Подставляя полученное уравнение для равновесных цен  $\Pi_1^0$  и  $\Pi_2^0$  в уравнение для функции спроса (3), находим равновесные по Нэшу стратегии предприятий по выбору объемов выпуска изделий:

$$y_1^0 = \frac{a_1 [2a_2 + b_1] y_0 - (2a_1 a_2 - b_1 b_2) c_1 + b_1 a_2 c_2}{4a_1 a_2 - b_1 b_2}, \quad (11)$$

$$y_2^0 = \frac{a_2 [2a_1 + b_2] y_0 - (2a_1 a_2 - b_1 b_2) c_2 + b_2 a_1 c_1}{4a_1 a_2 - b_1 b_2}. \quad (12)$$

Из (11) и (12) следует, что равновесный объем реализации изделий для каждого участника рынка ракетно-космической техники существует, если выполняется следующая система неравенств для каждого предприятия

$$a_2 [2a_1 + b_2] y_0 + b_1 a_2 c_2 > (2a_1 a_2 - b_1 b_2) c_1, a_1 > b_1, a_2 > b_2 \quad (13)$$

$$a_1 [2a_2 + b_1] y_0 + b_2 a_1 c_1 > (2a_1 a_2 - b_1 b_2) c_2. \quad (14)$$

Из полученных неравенств следует, что при заданных значениях удельных затрат  $c_1$  и  $c_2$  и известных значениях параметров функции спроса  $a_1, a_2, b_1, b_2$  точка равновесия Нэша существует, если объем рынка ракетно-космической техники  $y_0$  и соотношение между коэффициентами функций спроса одновременно удовлетворяют следующим неравенствам:

$$y_0 \geq \max_{i=1,2} \frac{1}{a_j (2a_i + b_j)} [(2a_i a_j - b_i b_j) c_i - b_i a_j c_j], \quad (15)$$

$$a_i > b_i, i, j = 1, 2, i \neq j.$$

Экономический смысл системы неравенств (15) заключается в том, что для устойчивости конкурентного рынка ракетно-космической техники и, следовательно, для существования точки равновесия необходимо, чтобы соотношения между рыночными параметрами системы сбыта изделий  $y_0, a_1, a_2, b_1, b_2$  обеспечивали выполнение неравенств (15).

Точка равновесия существует, если равновесные цены, определяемые в соответствии с (9) и (10), позволяют получить положительную прибыль при реализации изделия предприятия, то есть если разница между равновесной ценой и предельными затратами положительна для каждого предприятия:

$$(\Pi_1 - c_1) > 0, (\Pi_2 - c_2) > 0. \quad (16)$$

В этом случае точка равновесия существует и реализация ее обеспечивает рентабельность производства изделий.

С учетом (9) и (10) неравенство (16) представим в виде:

$$\Pi_1 - c_1 = \frac{(y_0 - a_1 c_1) 2a_2 + b_1 (y_0 + b_1 c_1 + a_2 c_2)}{4a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0 \quad (17)$$

$$\Pi_2 - c_2 = \frac{(y_0 - a_2 c_2) 2a_1 + b_2 (y_0 + b_2 c_2 + a_1 c_1)}{4a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0 \quad (18)$$

Неравенства (17) и (18) представляют собой такие условия существования точки равновесия, выполнение которых не ведет к монополизации рынка ракетно-космической техники в условиях конкуренции.

Учитывая, что емкость рынка ракетно-космической техники  $y_0$  для каждого предприятия постоянна, т.е.  $y_0 = \text{const}$ , тогда неравенства (17) и (18) можно записать в виде:

$$\Pi_1 - c_1 = \frac{(2a_2 + b_1) y_0 - c_1 (2a_1 a_2 - b_1 b_2) + b_1 a_2 c_2}{4a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0 \quad (19)$$

$$\Pi_2 - c_2 = \frac{(2a_1 + b_2) y_0 - c_2 (2a_1 a_2 - b_1 b_2) + b_2 a_1 c_1}{4a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0 \quad (20)$$

Прибыль на единицу изделия положительна для каждого предприятия, если и числитель, и знаменатель неравенств (17) и (18) – положительные величины, то есть если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$y_0 > \max_{i=1,2} \left[ \frac{c_i (2a_i a_j - b_i b_j) - b_i a_j c_j}{2a_i + b_j}, i \neq j \right] \quad (21)$$

$$a_1 > b_1, a_2 > b_2 \quad (22)$$

Из полученных неравенств (21) и (22) следует, что если  $a_i > b_i, i, j = 1, 2, i \neq j$ , то это, с практической точки зрения, является естественным и всегда выполняется. Выполнение неравенства (21) относительно емкости рынка ракетно-космической техники позволяет обеспечить рентабельность выпуска изделия для каждого предприятия. При невыполнении

неравенства предприятия могут оказаться в различных ситуациях. Так если:

$$y_0 > \min_{i=1,2} \left[ \frac{c_i(2a_i a_j - b_i b_j) - b_i a_j c_j, i \neq j}{2a_i + b_i} \right], \quad (23)$$

то производство изделия в объеме  $x_0$  становится нерентабельным для предприятий и прекращает свое существование. Если:

$$\min_{i=1,2} \left[ \frac{c_i(2a_i a_j - b_i b_j) - b_i a_j c_j, i \neq j}{2a_i + b_i} \right] < y_0 < \max_{i=1,2} \left[ \frac{c_i(2a_i a_j - b_i b_j) - b_i a_j c_j, i \neq j}{2a_i + b_i} \right], \quad (24)$$

то рынок монополизируется: поскольку одному из предприятий производство изделия становится невыгодным, оно уходит с рынка ракетно-космической техники.

В связи с этим строгое выполнение неравенства (21) обеспечивает рентабельность производства для каждого предприятия и сохранение конкурентной среды.

Уравнения (11) и (12) при выполнении неравенств (21) и (22) характеризуют позицию, занимаемую каждым предприятием на рынке ракетно-космической техники по объему выпускаемых изделий. При постоянных параметрах функции спроса занимаемая позиция может изменяться в зависимости от затрат  $C_1, C_2$  при производстве изделия и их соотношения между собой. Так, из уравнения (11) следует, что с уменьшением затрат  $C_1$  объем выпуска изделий первого предприятия увеличивается, и уменьшается – с уменьшением затрат второго предприятия  $C_2$ . Обратная ситуация возникает при анализе уравнения (12), характеризующего позицию на рынке второго предприятия. Определим влияние изменения затрат при производстве изделий первым предприятием на величину его объема продаж. Для этого продифференцируем уравнение (11) по величине затрат  $C_1$ . В результате получим, что:

$$\frac{\partial y_1^0}{\partial c_1} = \frac{-(2a_1 a_2 - b_1 b_2)}{4a_1 a_2 - b_1 b_2} = -d, \quad (25)$$

где  $d$  – коэффициент чувствительности объема продаж к изменению себестоимости изделия ( $0 < d < 1$ ).

Уравнение (25) характеризует чувствительность объема продаж в точке равновесия. Из этого уравнения следует, что с уменьшением затрат на производство изделий первым предприятием объем его продаж увеличивается. При известной величине коэффициента чувствительности и заданной величине снижения затрат ( $-\Delta c_1$ ), объем продаж увеличится на величину:

$$\Delta y_1 = \frac{\partial y_1}{\partial c_1} = d \cdot \Delta c_1, \quad (26)$$

Определим величину изменения объема продаж ракетно-космической техники от изменения затрат при снижении норм расхода на материалы, оборудования и трудовые ресурсы. Рассмотрим задачу реализации инвестиционных проектов, направленных на снижение норм затрат, решение которой позволяет снизить расходы и увеличить на этой основе экономический потенциал предприятия от продажи изделий при заданном заказе. Эффект, получаемый от снижения затрат на нормы расхода материальных ресурсов  $\Delta c_1(z_m)$ , затрат времени на эксплуатацию оборудования  $\Delta c_1(z_r)$  и затрат на трудовые ресурсы  $\Delta c_1(z_s)$  составят величины равные:

$$\begin{aligned} \Delta c_1(z_m) &= \sum_{l \in L} \Delta m_l(z_l) \cdot \Pi_l - \frac{1}{y} \sum_{l \in L} z_l \\ \Delta c_1(z_r) &= \sum_{k \in K} \Delta r_k(z_k) \cdot \Pi_k - \frac{1}{y} \sum_{k \in K} z_k \\ \Delta c_1(z_s) &= \sum_{s \in S} \Delta t_s(z_s) \cdot \Pi_s - \frac{1}{y} \sum_{s \in S} z_s \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\Delta m_l(z_l) = \sum_{j \in J} \Delta m_{lj}(z_l) \cdot \lambda_j,$$

$$\Delta r_k(z_k) = \sum_{j \in J} \Delta r_{kj}(z_k) \cdot \lambda_j,$$

$$\Delta t_s(z_s) = \sum_{j \in J} \Delta t_{sj}(z_s) \cdot \lambda_j$$

– снижение норм расхода на материалы, оборудование и трудовые ресурсы на одно изделие, соответственно, при инвестициях в объемах  $Z_l, Z_k, Z_s$ .

Суммарный эффект, получаемый первым предприятием от снижения норм расхода ресурсов, составляет величину:

$$\Delta c_1(z_H) = \Delta c_1(z_m) + \Delta c_1(z_r) + \Delta c_1(z_s). \quad (28)$$

Таким образом, инвестиции в снижение затрат на нормы расхода ресурсов в сумме  $Z_H$ , с учетом уравнения (26) обеспечивают увеличение объема продаж ракетно-космической техники на величину  $\Delta y_1(z_H)$  определяемой из соотношения:

$$\begin{aligned} \Delta y_1(z_H) &= d \cdot \Delta c_1(z_H) = \\ &= d \cdot (\Delta c_1(z_m) + \Delta c_1(z_r) + \Delta c_1(z_s)). \end{aligned} \quad (29)$$

Увеличение объема продаж в соответствии с (29) позволяет повысить конкурентный потенциал первого предприятия и получить дополнительную прибыль от реализации инвестиционных проектов, направленных на снижения норм расхода материальных ресурсов.

Увеличение конкурентного потенциала первого предприятия изменит ситуацию на рынке: первое предприятие увеличит свою конкурентоспособность за счет вытеснения с рынка второго, а рыночная ситуация для второго предприятия усложнится, поскольку в новой точке равновесия спрос на его продукцию уменьшится. С учетом сказанного, новая точка равновесия для дуополии при реализации инвестиционных проектов, характеризуется следующими объемами продаж для предприятий:

$$\begin{aligned} y_1^*(z_H) &= y_1^0 + \Delta y_1(z_H), \\ y_2^*(z_H) &= y_2^0 - \Delta y_1(z_H), \end{aligned} \quad (30)$$

где  $y_1^0$  и  $y_2^0$  определяются в соответствии с (11) и (12) и представляют собой равновесные по Нэшу стратегии предприятий по выбору объемов выпуска изделий до реализации инвестиционных проектов первым предприятием.

Отметим, что второе предприятие может улучшить свою позицию на рынке, реализуя комплекс своих инвестиционных проектов, направленных на снижение норм затрат ресурсов.

Рассмотрим поведение предприятий в условиях ценовой конкуренции с учетом надежности изделий. Предположим, что на рынке ракетно-космической техники участвуют два, выпускающих неоднородных изделия предприятия, которым известны функции спроса  $y_1(\Pi, \omega)$  и  $y_2(\Pi, \omega)$  на выпускаемое каждым предприятием изделие. Через равные промежутки бюджетного периода предприятия планируют изменение цен  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  продаж своего изделия и его надежности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Прибыль каждого предприятия есть произведение цены на объем продаж (выпуска) минус затраты

$$\text{ВП}_i(\omega, \Pi) = (\Pi_i - c_i(\omega_i, y_i)) y_i(\omega, \Pi), i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (31)$$

Естественными ограничениями являются требования неотрицательности объемов выпуска ( $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$ ), а также цен ( $\Pi_1 \geq 0, \Pi_2 \geq 0$ ).

Требуется найти оптимальные значения цен  $\Pi_1^0$  и  $\Pi_2^0$  и надежности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  из условия независимой максимизации прибыли каждого предприятия.

В модели неоднотипной дуополии управляемыми параметрами являются цены продаж каждой фирмы и уровень надежности изделия, выбираемые менеджерами на основе тех или иных стратегий.

Каждая фирма, управляя ценой и уровнем надежности на выпускаемое изделие, стремится максимизировать свою прибыль, исходя из необходимых условий существования максимума

$$\frac{\partial \text{ВП}_i(\omega, \Pi)}{\partial \Pi_i} = 0, \frac{\partial \text{ВП}_i(\omega, \Pi)}{\partial \omega_i} = 0, i = 1, 2 \quad (32)$$



На функции спроса  $y_i(\omega, \Pi), i = 1, 2$  наложим следующие требования:

для любых значений  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  функция спроса  $y_i(\omega, \Pi), i = 1, 2$  убывает по  $\Pi_i, i = 1, 2$  и возрастает по  $\Pi_j, j = 1, 2, i \neq j$ , то есть  $\frac{\partial y_i}{\partial \Pi_i} < 0; \frac{\partial y_i}{\partial \Pi_j} > 0; i, j = 1, 2, i \neq j$ ; для любых значений  $\omega_1$  и  $\omega_2$  функция спроса  $y_i(\omega, \Pi), i = 1, 2$  возрастает по  $\omega_i, i = 1, 2$  и убывает по  $\omega_j, j = 1, 2, i \neq j$ , то есть  $\frac{\partial y_i}{\partial \omega_i} > 0; \frac{\partial y_i}{\partial \omega_j} < 0; i, j = 1, 2, i \neq j$ . В соответствии с введенным предположением, чем выше цена предприятия, тем меньше спрос на его продукцию и, чем выше цена конкурента, тем этот спрос выше и чем выше уровень надежности, тем больше спрос на его продукцию и, чем ниже уровень надежности конкурента, тем выше спрос на его продукцию.

Пусть моделью функции спроса неоднотипной (дифференцированной) дуополии является линейные модели, которые определяются следующими уравнениями:

$$y_i(\omega, \Pi) = y_0 + a_i^\omega \omega_i - b_i^\omega \omega_j - a_i^\Pi \Pi_i + b_i^\Pi \Pi_j, i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (33)$$

где  $y_0$  – емкость рынка ракетно-космической техники,  $a_i^\Pi, b_i^\Pi, a_i^\omega, b_i^\omega > 0, i = 1, 2$  – коэффициенты чувствительности функции спроса к изменению цен  $\Pi_i, \Pi_j$  и уровня надежности  $\omega_1, \omega_2$ .

Практика использования ракетно-космической техники такова, что на соотношение между коэффициентами функции спроса накладываются следующие ограничения:

$$a_i^\omega > b_i^\omega, a_i^\Pi > a_j^\Pi, a_i^\Pi > b_j^\Pi, b_i^\omega > b_j^\omega$$

Каждое из уравнений (33) удовлетворяет наложенным требованиям к функции спроса:

$$\frac{\partial y_i}{\partial \Pi_i} = -a_i^\Pi < 0, \frac{\partial y_i}{\partial \Pi_j} = b_i^\Pi > 0,$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial \omega_i} = a_i^\omega > 0, \frac{\partial y_i}{\partial \omega_j} = -b_i^\omega < 0, i, j = 1, 2, i \neq j.$$

Получение оптимального статического решения задачи неоднотипной дуополии с выбором цены и уровня надежности сводится к вычислению частных производных системы (32) и последующему решению этой системы относительно цен и уровня надежности изделия предприятий.

Пусть удельная себестоимость изготовления изделия для каждого предприятия определяются в соответствии с уравнениями:

$$c_i(\omega_i, y_i) = c_i^y y_i(\omega, \Pi) + c_i^\omega \omega_i, i, j = 1, 2, \quad (34)$$

где  $c_i^y$  и  $c_i^\omega$  – удельные затраты.

Предположим также, что цена изделия и его уровень надежности связаны следующей функциональной зависимостью:

$$\Pi_i(\omega_i) = \Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i, i = 1, 2, \quad (35)$$

где  $\gamma > 0$  – скорость увеличения цены.

С учетом (4) и (5) представим уравнение для прибыли в следующем виде:

$$\Pi_i(\omega) = (\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i - c_i^y)[y_0 + a_i^\omega \omega_i - b_i^\omega \omega_j - a_i^\Pi(\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i) + b_i^\Pi(\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i)], \quad (36)$$

$i, j = 1, 2, i \neq j$

Сгруппируем составляющие уравнения (6), в результате получим:

$$\Pi_i(\omega) = (\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i - c_i^y)[y_0 + a_i^\Pi \Pi_{i0} + b_i^\Pi \Pi_{j0} + (a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) \omega_i - (b_i^\omega - \gamma b_i^\Pi) \omega_j - c_i^\omega \omega_i], i, j = 1, 2, i \neq j. \quad (37)$$

Необходимые условия существования максимума в соответствии с (32) определяются из равенства

$$\frac{\partial \Pi_i(\omega)}{\partial \omega_i} = \gamma(y_0 + a_i^\omega \omega_i - b_i^\omega \omega_j - a_i^\Pi(\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i) + b_i^\Pi(\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i)) - c_i^\omega + (\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i - c_i^y)(a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) = 0 \quad (38)$$

$i, j = 1, 2, i \neq j.$

Группируя составляющие уравнения (38) получим:

$$\frac{\partial \Pi_i(\omega)}{\partial \omega_i} = 2\gamma(a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) \omega_i + [\gamma(y_0 - a_i^\Pi \Pi_{i0} + b_i^\Pi \Pi_{j0}) + (\Pi_{i0} - c_i^y) \cdot (a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) - c_i^\omega - \gamma(b_i^\omega - \gamma b_i^\Pi)] \omega_j = 0 \quad (39)$$

$i, j = 1, 2, i \neq j.$

Из уравнения (39) следует, что уровень надежности изделия для каждого предприятия в условиях конкуренции, определяется из системы уравнений:

$$\omega_i = \frac{1}{2\gamma(\gamma a_i^\Pi - a_i^\omega)} [\gamma(y_0 - a_i^\Pi \Pi_{i0} + b_i^\Pi \Pi_{j0}) + (\Pi_{i0} - c_i^y)(a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) - c_i^\omega] - \frac{(b_i^\omega - \gamma b_i^\Pi)}{2(\gamma a_i^\Pi - a_i^\omega)} \omega_j, i, j = 1, 2, i \neq j. \quad (40)$$

Обозначим первую составляющую уравнения (40), через  $A_i(y_0, \Pi_0, a_i, b_i, c_i, \gamma)$ , т.е.:

$$A_i(y_0, \Pi_0, a_i, b_i, c_i, \gamma) = \frac{1}{2\gamma(\gamma a_i^\Pi - a_i^\omega)} \cdot \left[ \gamma(y_0 - a_i^\Pi \Pi_{i0} + b_i^\Pi \Pi_{j0}) + (\Pi_{i0} - c_i^y)(a_i^\omega - \gamma a_i^\Pi) - c_i^\omega \right], \quad (41)$$

$i, j = 1, 2, i \neq j.$

а коэффициент при уровне надежности  $\omega_j$ , через  $B_i(a_i, b_i, \gamma)$ , т.е.:

$$B_i(a_i, b_i, \gamma) = \frac{(b_i^\omega - \gamma b_i^\Pi)}{2(\gamma a_i^\Pi - a_i^\omega)}, i, j = 1, 2, i \neq j. \quad (42)$$

С учетом введенных обозначений, систему уравнений (41) запишем в следующем виде:

$$\omega_i^0 = A_i(y_0, \Pi_0, a_i, b_i, c_i, \gamma) - B_i(a_i, b_i, \gamma) \omega_j^0, i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (43)$$

или

$$\omega_1^0 = A_1 - B_1 \omega_2^0, \quad \omega_2^0 = A_2 - B_2 \omega_1^0.$$

Решая систему (43) получим, что равновесные значения уровней надежности изделия первого и второго предприятия составят величину:

$$\omega_1^* = \frac{A_1 - B_1 A_2}{1 - B_1 B_2}, \quad \omega_2^* = \frac{A_2 - B_2 A_1}{1 - B_1 B_2}. \quad (44)$$

Точка равновесия существует, если одновременно выполняются следующие неравенства

$$\left( A_1 > \max \left( \frac{A_2}{B_2}, B_1 A_2 \right) \right) \wedge \left( A_2 > \max \left( \frac{A_1}{B_1}, B_2 A_1 \right) \right) \wedge (B_1 < 1) \wedge (B_2 < 1) \quad (45)$$

Из взаимосвязанной системы неравенств (45) определяются начальные и предельные затраты, обеспечивающие существование решения системы (43).

При выполнении этих неравенств рынок сбыта не становится монопольным и единственным положением в точке равновесия, координаты которой удовлетворяют приведенной системе линейных уравнений (44). При этом равновесие динамически устойчиво в том смысле, что из любого начального состояния рынок с течением времени переходит в равновесное состояние. Иными словами, если выполняется (45) то, несмотря на существование конкурентных отношений, обеспечиваются условия, необходимые для нормального функционирования обоих участников на рынке ракетно-космической техники.

Снижение уровня надежности одного из изделий приведет к выполнению требований взаимосвязанных неравенств (45). Это означает, что выпуск этого изделия, как не конкурентоспособного, предприятием прекращается и в этой связи встает задача или его модернизации, или разработки и выпуска нового изделия. Из сказанного следует, что конкуренция на рынке ракетно-космической техники между предприятиями по их изготовлению, является положительным фактором, поскольку стимулирует развитие ракетно-космической техники.

При определенных равновесных значениях уровня надежности изделий  $\omega_1^*$ ,  $\omega_2^*$  легко определить равновесные значения цен, объемов выпуска каждого изделия и равновесную величину прибыли, получаемую каждым предприятием.

$$\begin{aligned} \Pi_i^* &= \Pi_{i0} + \gamma \omega_i^*, i, j = 1, 2. \\ y_i^*(\omega, \Pi) &= y_0 + a_i^\omega \omega_i^* - b_i^\omega \omega_j^* - \\ &\quad - a_i^H \Pi_i^* + b_i^H \Pi_j^*, i, j = 1, 2 \\ \text{ВП}_i^*(\omega) &= (\Pi_{i0} + \gamma \cdot \omega_i^* - c_i^y) [y_0 + a_i^H \Pi_{i0} + \\ &\quad + b_i^H \Pi_{j0} + (a_i^\omega - \gamma a_i^H) \omega_i^* - (b_i^\omega - \gamma b_i^H) \omega_j^*] \\ &\quad - c_i^\omega \omega_i, i, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (46)$$

В работе предложена статическая модель конкурентного взаимодействия на рынке сбыта изделий ракетно-космической техники с учетом их надежности. Рынок сбыта рассматривается как система, состоящая из предприятий, экономические интересы которых, количественно определяемые величиной прибыли, связаны между собой.

С практической точки зрения рыночная ситуация является предпочтительной, поскольку препятствует монополизации экономики и приводит в конечном итоге к разнообразию ракетно-космических услуг. Под устойчивостью рынка сбыта изделий ракетно-космической техники понимается его способность функционировать без вытеснения слабых конкурентов более сильными, что формально выражается в существовании решения системы статических уравнений в точке равновесия с уровнем надежности каждого из изделий, удовлетворяющих системе взаимосвязанных неравенств (45), при реализации которых каждое предприятие обеспечивает получение максимальной величины прибыли.

Определены условия, при выполнении которых рынок функционирует устойчиво и обеспечивает исключение конкурентного вытеснения одного субъекта рынка сбыта изделий ракетно-космической техники другим, а при несоблюдении условий рынок или монополизируется, или постепенно распадается.

#### Литература

1. Внутрифирменные механизмы бюджетного управления крупным промышленным комплексом по производству ресурсоемких изделий / Д.Г. Гришанов, Г.М. Гришанов, С.А. Кирилина, Д.А. Щелоков – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2009. – 180 с.
2. Модели формирования механизмов стимулирования и бюджетирования деятельности предприятия / В.В. Альтергот, Д.Г. Белова, Д.Г. Гришанов, Д.А. Щелоков – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2009. – 146 с.
3. Юданов А.Ю. Конкуренция: теория и практика, 2-е изд. – М.: Гном-Пресс, 1998.
4. Фатхутдинов Р.А. Менеджмент конкурентоспособности товара. – М.: ЗАО «Бизнес-школа «Интел-Синтез», 1995.
5. Портер М. Международная конкуренция: Пер с англ. / Под ред. и с предисл. В.Д. Щетинина. – М.: Международные отношения, 1993.
6. Шумпетер Й. Теория экономического развития. – М.: Прогресс, 1982.
7. Чемберлен Э. Теория монополистической конкуренции. – М.: Экономика, 1996.
8. Blaine J. Effect of Price on Subjective Product Evaluations in Perceived Quality, MA: Lexington Books, 1985.