# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРОЦЕДУР РИСК-МЕНЕДЖМЕНТА В ИННОВАЦИОННОМ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВЕ

**Г.Ю. Силкина,**
*профессор Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, доктор экономических наук*

**С.Ю. Шевченко,**
*профессор Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов, доктор экономических наук*
comilog@yandex.ru

*В статье описывается универсальная постановка задачи принятия решений в инновационном предпринимательстве с учетом фактора риска реализации инновационного проекта. Предлагаются математические методы решения задачи на основе критериев выбора, согласованных с мерой неприятия риска лица, принимающего решение.*

***Ключевые слова**: риск-менеджмент, инновационное предпринимательство, эффективная альтернатива, принцип доминирования, критерий ожидаемого значения, критерий минимальной вариации, критерий «ожидаемое значение — стандартное отклонение», лицо принимающее решение, показатель неприятия риска, карта безразличий.*

**ББК У29(2)+У9(2)-13-21**

Управление риском в предпринимательстве рассматривается инвариантно как комплексный процесс, связанный с идентификацией, анализом рисков и принятием решений, которые предусматривают максимизацию положительных и минимизацию отрицательных последствий наступления рисковых ситуаций. Процесс управления рисками инновационного проекта обычно включает выполнение следующих процедур:

1. Планирование управления рисками — выбор подходов и планирование деятельности по управлению рисками проекта.
2. Идентификация рисков — определение рисков, способных повлиять на проект, и документирование их характеристик.
3. Качественная оценка рисков — качественный анализ рисков и условий их возникновения с целью определения их влияния на успех проекта.
4. Количественная оценка — количественный анализ вероятности возникновения и влияния последствий рисков на проект.
5. Планирование реагирования на риски — определение процедур и методов по ослаблению отрицательных последствий рисковых ситуаций и использованию возможных преимуществ.
6. Мониторинг и контроль рисков — определение остающихся рисков, выполнение плана управления рисками проекта и оценка эффективности действий по минимизации рисков.

На практике реализация этих действий находит применение при обосновании и принятии решений на этапах жизненного цикла инновационного проекта [9].

В самом общем виде постановка задачи принятия управленческого решения в условиях риска может быть представлена следующим образом [1, 4, 5]. Принимающий решение должен выбрать одну из имеющихся альтернатив $A_1, A_2, ..., A_m$, каждая из которых, в конечном счете, будет иметь своим результатом некоторый исход, зависящий от обстановки. Условия обстановки точно неизвестны, однако о них можно сделать $n$ предположений $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ и для каждого варианта обстановки известной считается вероятность ее реализации $p_j$. Оценка предпочтительности возможных исходов принятия решения осуществляется с помощью одного показателя $X$ (доход или затраты); результаты, т.е. возможные значения показателя $X$ для каждой пары сочетаний решения $A_i$ и обстановки $\theta_j$, известны и равны $a_{ij}$.

Обобщенно информация для принятия решения представляется таблицей (табл. 1). Иногда выбрать оптимальное решение (оптимальную в том или ином смысле альтернативу) удается непосредственно на основе анализа информации, сосредоточенной в этой таблице.

Однако, как правило, выбор решения $A^*$ является заключительным и наиболее ответственным этапом процесса принятия решений. В реальных задачах к моменту выбора все еще сохраняется большая неопределенность информации, обусловленная наличием многих ситуаций и целей, в инновационном предпринимательстве — особенно в силу его сопряженности с получением и применением новых научно-прикладных знаний. Поэтому одномоментно выбрать лучшее решение из множества альтернатив не представляется возможным. В связи с этим используется принцип последовательного уменьшения неопределенности, заключающийся в сужении множества альтернатив.

*Таблица 1*

| Условия обстановки | $\theta_1$ | $\theta_2$ | ... | $\theta_n$ |
|---|---|---|---|---|
| Вероятности реализации вариантов условий | $p_1$ | $p_2$ | ... | $p_n$ |
| Альтернативы | Количественные оценки альтернатив | | | |
| $A_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | ... | $a_{1n}$ |
| $A_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | ... | $a_{2n}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| $A_m$ | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | ... | $a_{mn}$ |

Выделяют три последовательные стадии такого сужения. На первом этапе исходное множество альтернатив $A$ сужается до множества допустимых альтернатив $A_Д \subseteq A$. Эта процедура может выполняться путем логического мышления или формально, в зависимости от степени формализации доступной информации. Зачастую данный процесс происходит еще на этапе формирования исходного множества альтернатив.

На второй стадии множество допустимых решений сокращается до множества эффективных альтернатив: $A_Э \subseteq A_Д$. Эти альтернативы еще не являются лучшими, но они заведомо не являются худшими, и оптимальное решение необходимо находить среди них.

На третьем этапе находится собственно оптимальное решение $A^* \in A_Э$. Весь процесс выбора символически записывается в виде цепочки включений $A^* \in A_Э \subseteq A_Д \subseteq A$.

При принятии решений в условиях риска первичный отбор из множества допустимых альтернатив $A = \{A_1, A_2, ..., A_m\}$ (а в некоторых случаях и выбор оптимальной альтернативы) может быть осуществлен на основе принципов доминирования, смысл которых заключается в следующем.

Для определенности предположим, что показатель $X$ является положительно направленным (подлежащим максимизации), например, доходом.

Очевидно, что, если минимальное значение этого показателя для одной альтернативы $A_i$ не меньше, чем его максимальное значение для другой — $A_k$, т.е., какими бы ни были условия обстановки, получаемый доход при выборе альтернативы $A_i$ будет лишь превышать доход при выборе $A_k$, то первую альтернативу естественно предпочесть второй. В этом случае говорят, что альтернатива $A_i$ *абсолютно доминирует* $A_k$; формально это записывается следующим образом:

$$A_i \succ_{абс} A_k \Leftrightarrow \min_{j=1,2,\ldots,n} a_{ij} \geq \max_{j=1,2,\ldots,n} a_{kj}. \qquad (1)$$

Абсолютно доминируемая альтернатива (в данном случае $A_k$) ни при каких условиях оптимальной не является и из дальнейшего рассмотрения может быть без ущерба исключена. Напротив, абсолютно доминирующая все остальные альтернатива, если таковая существует, может быть признана безусловно лучшей и рекомендована к выбору; к сожалению, ее существование — скорее исключение, чем правило.

Вследствие этого, наряду с абсолютным доминированием, выделяют также *доминирование по состояниям*. Говорят, что альтернатива $A_i$ доминирует по состояниям альтернативу $A_k$ и обозначают это $A_i > A_k$, когда для любых условий обстановки возможный доход при выборе первой альтернативы не меньше, чем возможный доход при выборе второй, и хотя бы для одного варианта условий обстановки этот доход строго больше. Формально доминирование по состоянию можно записать следующим образом:

$$A_i \succ A_k \Leftrightarrow \quad a_{ij} \geq a_{kj}, \quad j=1,2,\ldots,n, \; a_{ij_0} > a_{kj_0}. \qquad (2)$$

Альтернатива, доминирующая по состояниям все остальные альтернативы, при условии ее существования, может быть рекомендована к выбору в качестве оптимальной.

Решение в том случае, когда одна альтернатива доминирует все остальные, может быть принято без использования вероятностей реализации различных вариантов условий обстановки, и соответственно, оценок риска. Однако условия, как абсолютного доминирования, так и доминирования по состояниям, встречаются в практических ситуациях достаточно редко.

Выделяют также *доминирование по вероятности* достижения рассматриваемых уровней дохода. Говорят, что альтернатива $A_i$ доминирует по вероятности альтернативу $A_k$, если для любого значения дохода $a \in D$, где $D$ — множество рассматриваемых уровней дохода, вероятность получения большего или равного $a$ дохода для альтернативы $A_i$ не меньше, чем для альтернативы $A_k$ (или, что эквивалентно, вероятность получения меньшего $a$ дохода для альтернативы $A_i$ меньше, чем для альтернативы $A_k$).

В терминах кумулятивной функции распределения доминирование по вероятности записывается следующим образом:

$$A_i \succ_P A_k \quad \Leftrightarrow \quad F_{A_i}(a) \leq F_{A_k}(a), \quad a \in D \qquad (3)$$

и хотя бы для одного $a \in D$ имеет место строгое неравенство.

Доминирование по вероятности, в отличие от доминирования по состояниям, имеет смысл и в том случае, когда разные варианты обстановки для альтернатив различны (т.е. разные значения дохода достигаются с разными вероятностями). Альтернатива, доминирующая по вероятности все остальные, может быть признана оптимальной.

В общем случае применение принципов доминирования не позволяет выбрать единственный оптимальный вариант решения, а лишь сокращает исходное множество $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_m\}$ до множества эффективных (недоминируемых) альтернатив $A_Э \subseteq A$.

Следует отметить, что ситуация доминирования по вероятности на практике встречается тоже достаточно редко. Более типичен случай, когда нет полного доминирования по вероятности, и для выработки оптимальных управленческих решений приходится руководствоваться другими принципами, например, использовать критерии принятия рискованных решений с использованием масштабных характеристик риска.

На методы принятия решений в условиях риска существенный отпечаток накладывает многообразие критериев и показателей, посредством которых оценивается уровень риска. Однако, несмотря на многообразие, все критерии построены по одному принципу: сначала количественно оценивается случайная величина, характеризующая возможные исходы альтернативных решений, и затем из сопоставления найденных оценок выбирается оптимальная альтернатива. Критерии разнятся лишь методами оценки случайных величин, характеризующих результаты принятия решений.

*Критерий ожидаемого значения (критерий Байеса).* Каждый исход принятия решений оценивается величиной дохода или затрат $X$, которые в условиях риска становятся случайными величинами и могут быть охарактеризованы, например, их математическими ожиданиями. Использование критерия ожидаемого значения, обусловленное стремлением *максимизировать ожидаемый доход* ($MX \to \max$) или *минимизировать ожидаемые затраты* ($MX \to \min$), представляет собой переход от условий полной определенности к ситуации риска.

Каждая альтернатива $A_i$ оценивается средним значением

$$M_i = \sum_{j=1}^{n} p_j a_{ij}, \quad i = 1,2,\ldots,m, \qquad (4)$$

и выбирается альтернатива, доставляющая максимум ожидаемого дохода (минимум ожидаемых затрат):

$$A^* = \arg\max_{i=1,2,\ldots,m} M_i \text{ или } A^* = \arg\min_{i=1,2,\ldots,m} M_i \qquad (5)$$

соответственно.

Обоснованием критерия ожидаемого значения являются предельные теоремы теории вероятностей, и его применение целесообразно в том случае, когда одно и то же решение приходится принимать многократно.

Следует отметить, что в критерии ожидаемого значения риск в явном виде не фигурирует и учитывается лишь косвенно при подсчете среднего ожидаемого значения оценочного показателя $X$. Следующий критерий основан на оценке риска как такового.

*Критерий минимальной вариации.* При выработке оптимальных управленческих решений критерий ожидаемого значения целесообразно дополнять мерой риска, такой как вариабельность возможных результатов, рассчитанной в форме стандартного отклонения или коэффициента вариации, что позволяет более точно упорядочить альтернативы по предпочтительности.

Каждая альтернатива $A_i$ оценивается (для определенности) величиной стандартного отклонения количественной оценки исходов

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^{n} p_j \left(a_{ij} - M_i\right)^2. \qquad (6)$$

Вне зависимости от того, является оценочный показатель $X$ положительно или отрицательно направленным, выбирается альтернатива, для которой вариабельность минимальна

$$A^* = \arg\min_{i=1,2,\ldots,m} \sigma_i. \qquad (7)$$

*Критерий «ожидаемое значение — стандартное отклонение».* Критерий ожидаемого значения является наиболее подходящим для повторяющихся ситуаций. Однако его можно модифицировать таким образом, чтобы он стал приемлемым и для редких ситуаций тоже.

В основе указанной модификации лежит следующий математический факт (один из вариантов закона больших чисел): выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

имеет дисперсию $\sigma^2/n$, где $n$ — объем выборки. Один из способов уменьшить дисперсию — увеличить объем выборки (такой подход использует критерий ожидаемого значения), второй — уменьшить $\sigma^2$. Если $\sigma^2$ уменьшается, то дисперсия выборочного среднего также уменьшается и вероятность того, что выборочное среднее близко к математическому ожиданию, увеличивается.

Это показывает целесообразность «соединения» указанных двух критериев — ожидаемого значения и минимальной вариации — в единый (обобщенный) критерий, т.е. введения такого критерия, в котором оптимизация ожидаемого результата сочеталась бы с минимизаций его дисперсии. Возможным критерием, отвечающим этим требованиям, является функция, подлежащая максимизации

$$\Phi(X, \lambda) = MX - \lambda\sigma X, \qquad (8)$$

где $X$ – случайная величина, представляющая доход, $\sigma X$ – ее стандартное отклонение, $\lambda$ – заданная постоянная.

Фактически этот критерий представляет собой взвешенную сумму частных показателей ожидаемого значения и вариации с весовыми коэффициентами 1 и $(-\lambda)$, соответственно. Постоянная $\lambda$ может быть интерпретирована как *отношение лица, принимающего решение, — ЛПР к риску (неприятие риска).* Действительно, $\lambda$ определяет «степень важности» стандартного отклонения $\sigma X$ по отношению к среднему ожидаемому значению дохода $MX$. Например, предприниматель, остро реагирующий на большие отрицательные отклонения дохода вниз от $MX$, может выбрать $\lambda$ много больше 1. Это придает больший вес стандартному отклонению и приводит к решению, уменьшающему вероятность больших потерь дохода.

Более точно значение параметра $\lambda$ можно оценить в силу неравенства Чебышева. Неравенство Чебышева дает оценку сверху для вероятности того, что абсолютное отклонение $|X - MX|$ случайной величины $X$ от центра ее распределения (математического ожидания) превзойдет данное число $a$, $P(|X - MX| \geq a) \leq \sigma^2/a^2,\ a > 0$.

При применении обобщенного критерия ЛПР оценивает каждую альтернативу величиной $\Phi_i = \bar{a}_i - \lambda\sigma_i$. «Неприятность» (непредвиденные потери) для ЛПР начинаются в том случае, когда действительное значение дохода окажется меньше найденной оценки, т.е. при выполнении неравенства $X < MX - \lambda\sigma X$. Вероятность последнего события и оценивается в силу неравенства Чебышева. При $X < MX - \lambda\sigma X$ выполняется $MX - X > \lambda\sigma X$, следовательно, $|MX - X| > \lambda\sigma X$.

По неравенству Чебышева

$$P\left(|X - MX| \geq \lambda\sigma\right) \leq \frac{\sigma^2}{(\lambda\sigma)^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

т.е. вероятность того, что случайная величина $X$ примет значение, меньшее ее оценки $MX - \lambda^*\sigma X$, не превосходит $1/\lambda^2$. В частности, при $\lambda$=3 вероятность того, что случайная величина $X$ «не опустится» ниже оценки $(MX - 3\sigma X)$ будет не менее $(1 - 1/9) \approx 0{,}9$; такую степень риска можно считать невысокой.

В случае, когда показатель $X$ представляет величину затрат, оптимальное решение находится из условия минимума функции:

$$\Psi(X, \lambda) = MX + \lambda\sigma X. \tag{9}$$

Проблему выбора оптимальной альтернативы по критерию ожидаемого значения с учетом риска можно интерпретировать как типичную задачу многокритериальной оптимизации и решать ее с помощью аппарата этой теории. Один из возможных подходов к решению этой проблемы — построение обобщенного критерия — иллюстрируют приведенные выше рассуждения. Альтернативный способ действия связан с ранжированием по значимости отдельных показателей.

Критерии ожидаемого значения и минимальной вариации представляются приемлемыми для оценивания альтернатив в каждой конкретной ситуации, при этом, однако, необходимо установить подходящее упорядочение по предпочтительности двух этих показателей для ЛПР. Предпочтения альтернатив можно определить, в том числе, и по обобщенному критерию, однако в общем случае построения обобщенного критерия не требуется; достаточно лишь той информации, которая может быть получена из непосредственного анализа альтернатив.

Пусть каждая из имеющихся альтернатив оценивается векторным показателем «доход — риск», т.е. парой $(\bar{a}_i, \sigma_i)$. Зафиксируем какие-то две альтернативы $A_i = (M_i, \sigma_i)$, $A_k = (M_k, \sigma_k)$ и сопоставим их оценки, которые были бы получены в силу критерия (8).

Оцениваем каждую альтернативу, вычисляя $\Phi_i = M_i - \lambda\sigma_i$ и $\Phi_k = M_k - \lambda\sigma_k$. Возможны два случая.

1. Альтернативы сравнимы по Парето. Пусть, например, $A_i > A_k$, тогда $M_i \geq M_k$, $\sigma_i \leq \sigma_k$ и хотя бы одно из этих неравенств строгое. В этом случае $\Phi_i > \Phi_k$ независимо от меры неприятия ЛПР риска (т.е. от значения показателя $\lambda$).

2. Альтернативы не сравнимы по Парето. Предположим, что $M_i > M_k$, $\sigma_i > \sigma_k$ (больший ожидаемый выигрыш сопровождается большим риском). Условие $\Phi_i > \Phi_k$ (выигрыш важнее риска) равносильно тому, что $\lambda < (M_i - M_k) / (\sigma_i - \sigma_k)$; оценки связаны противоположным неравенством $\Phi_i < \Phi_k$ (риск важнее выигрыша), если $\lambda > (M_i - M_k) / (\sigma_i - \sigma_k)$.

В многокритериальной задаче принятия решений основная проблема при определении оптимальной альтернативы состоит в выборе одной альтернативы из парето-оптимального множества. Эта проблема легко решается (в случае конечного множества альтернатив), если выполнено их полное ранжирование по предпочтению.

Так как любые две парето-оптимальные альтернативы не сравнимы, для них имеет место второй случай. В этом случае упорядоченность альтернатив зависит от того, какое из двух неравенств выполнено.

В то же время, предпочтения между парето-оптимальными альтернативами имеют единообразный характер (речь идет об одном ЛПР, который составило вполне определенное представление о том, что для него более значимо — выигрыш или риск) и потому для всех парето-оптимальных альтернатив одновременно выполняется одно из двух неравенств.

Формально это можно выразить следующим образом. Положим

$$\lambda^0 = \min\left\{\frac{M_i - M_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\},\ \lambda^* = \max\left\{\frac{M_i - M_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\}, \tag{10}$$

где минимум и максимум берутся по всем парето-оптимальным альтернативам. Параметр

$$\lambda^0 = \min\left\{\frac{M_i - M_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\}$$

называется нижней границей неприятия риска,

$\lambda^* = \max\left\{\frac{\bar{a}_i - \bar{a}_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\}$ — соответственно верхней границей.

Обоснованным считается следующий способ действия.

Если у принимающего решение его субъективный показатель неприятия риска меньше нижней границы

$$\lambda^0 = \min\left\{\frac{M_i - M_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\},$$

то для него ранжирование множества парето-оптимальных альтернатив осуществляется по показателю ожидаемого выигрыша (т.е. более предпочтительной является та альтернатива, для которой ожидаемый выигрыш больше).

Если у принимающего решение его субъективный показатель неприятия риска больше большей границы

$$\lambda^* = \max\left\{\frac{\bar{a}_i - \bar{a}_k}{\sigma_i - \sigma_k}\right\},$$

то для него ранжирование множества парето-оптимальных альтернатив осуществляется по показателю риска (т.е. более предпочтительной является та альтернатива, для которой риск меньше).

В случае, когда у принимающего решение его субъективный показатель неприятия риска попадает в промежуток между нижней и верхней границей, выполнить ранжирование множества парето-оптимальных альтернатив без привлечения дополнительной информации не представляется возможным.

Таким образом, полупрямая $(0, +\infty)$ разбивается на три промежутка

— $(0, \lambda^0)$ – зона малого неприятия риска (зона малой осторожности);

— $[\lambda^0, \lambda^*]$ – зона неопределенности;

— $(\lambda^*, +\infty)$ – зона большого неприятия риска (зона большой осторожности).

Для задач принятия решений в условиях риска применение обобщенного критерия «ожидаемое значение — стандартное отклонение» сводит проблему отыскания оптимального решения к проблеме определения меры неприятия риска. В этой связи возникает закономерный вопрос: существует ли эта мера вообще?

Заметим, что этот вопрос относится к психологии, поскольку приятие (или неприятие) риска является субъективно-психологическим фактором. Многие психологи положительно отвечают на вопрос о существовании меры склонности к риску; более того, они предлагают способы для ее измерения.

Более существенные возражения против изложенного подхода связаны с тем, что он базируется на предположении о постоянстве меры неприятия риска для данного ЛПР, в то время как для большинства людей эта степень зависит от ожидаемого выигрыша и предполагаемого риска. Обойти эти ограничения можно построением и анализом *карты безразличий*.

**Литература:**


1. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 368 с.
2. Воронцовский А.В. Управление рисками: Учебное пособие. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2000. — 206 с.
3. Грачева М.В Анализ проектных рисков: Учебное пособие. — М.: ЗАО «Финстатинформ», 1999. — 216 с.

4. Катулев АН., Северцев НА. Исследование операций: принципы принятия решений и обеспечение безопасности: Учебное пособие. — М.: Физико-математическая литература, 2000. — 320 с.

5. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие / А.М. Дубров, Б А. Лагоша, Е.Ю. Хрусталев, Т.П. Барановская; Под ред. Б.А. Лаюши. — М.: Финансы и статистика, 2001. — 224 с.

6. Силкина Г.Ю., Шевченко С.Ю. Модели и методы управления экономическими рисками: Учебное пособие. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. — 200 с.

7. Управление инновациями: Учебное пособие / Рук. авт. колл. В.П.Васильев. — М.: Дело и Сервис, 2011. — 400 с.

8. Черноруцкий И Г. Методы оптимизации и принятия решений: Учебное пособие. — СПб: Изд-во «Лань», 2001. — 384 с.

9. Шевченко С.Ю. Об управляемости и управлении жизненным циклом инновационного продукта // Маркетинг взаимодействия: Концепция. Стратегии. Эффективность / Науч. ред. Г.Л. Багиев, Х.Мефферт. — СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2009. — С. 578–590.